

Эффективное управление запасами

Илья Маляренко

Пекарня идей

Март 2010

Основные разделы курса

- 1 Зачем нужны запасы
- 2 Модель EOQ
- 3 Задача продавца газет
- 4 Выводы из приведённых моделей
- 5 Централизация и децентрализация запасов
- 6 Заключение

Зачем нужны запасы?

С точки зрения финансиста, запасы, как часть рабочего капитала, являются неизбежным злом. С одной стороны, в реальном секторе без них практически невозможно работать. С другой стороны, запасы — это издержки, потери, риски. Для специалистов в области управления цепочками поставок запасы — это, прежде всего, инструмент управления.

Какие задачи можно решить с помощью запасов

Какие задачи можно решить с помощью запасов?

- Повысить доступность продукции для потребителей
- Влиять на рыночную ситуацию (запасы сырой нефти)
- Уменьшать экономические/политические риски (запасы зерна)
- Запасы можно использовать в качестве инструмента продвижения продукции (скидки при оптовых закупках)
- Запасы повышают гибкость производственной системы

Тёмная сторона запасов

- Являются замороженным капиталом
- Занимают ценное пространство на полке
- Имеют срок годности
- Могут быть потеряны (пожары, ограбления, землетрясения, ...)

Пример

По данным U.S. Census в 2009 году запасы в США составляли 1,4 трлн. долларов, что соответствует примерно 10% ВВП. При этом, потенциал оптимизации запасов оценивался как 50% (700 млрд. долларов)

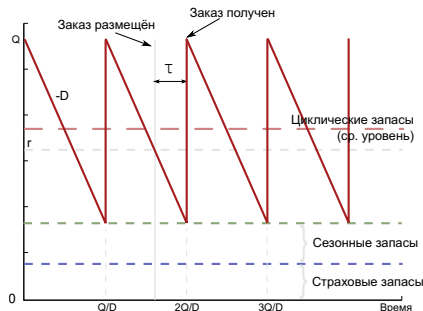
Динамический взгляд на запасы

Можно выделить следующие компоненты запасов:

Циклические запасы удовлетворяют среднестатистический спрос

Сезонные запасы используются для удовлетворения сезонного спроса

Страховые запасы являются буфером для колебаний спроса



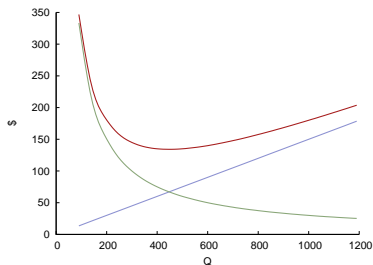
Модель EOQ

- Economic Order Quantity, модель разработана Харрисом, 1913
- Позволяет определить оптимальную политику пополнения запасов:
 - При достижении точки восполнения r , инициируется размещение заказа в количестве Q
 - Спрос является постоянным — D . Пополняемое количество Q расходуется за Q/D единиц времени
 - Время между получением заказа и его доставкой (плечо) — τ
 - Стоимость размещения заказа постоянна и равна F
 - Стоимость хранения запасов также постоянна и равна h

Уравнение для среднегодовой стоимости владения

Уравнение для среднегодовой стоимости владения:

$$c(Q) = Q/2 \cdot h + D/Q \cdot F \quad (1)$$



Оптимальный размер заказа

Функция имеет минимум при $c'(Q) = 0$, откуда:

$$c'(Q) = h/2 - \frac{D \cdot F}{Q^2} \quad (2)$$

$$Q_o = \sqrt{2 \cdot D \cdot F / h} \quad (3)$$

Оптимальная политика по EOQ:

- Непрерывно следить за уровнем запасов
- Пополнять запасы в количестве Q_o при достижении уровня восполнения r
- $r = D \cdot \tau - Q \cdot n, n \in \mathbb{Z}, n$ – лаг восполнения (число периодов между заказом и доставкой)

Ограничения и идеализации модели EOQ

- Модель разработана для условий постоянного спроса
- Не учитывает заказы прошлых периодов (отложенные заказы)
- Применяется как для запасов на складах, так и для производственных партий
- Является основой для более новых моделей, учитывающих больше составляющих стоимости владения запасами

Формулировка

Модель впервые описана в 1888. Позволяет определить оптимальную политику в условиях вероятностного спроса (например, распределённого нормально $N(\mu, \sigma)$).

Суть задачи

- Каждое утро продавец покупает газеты по $c = 30$ центов за штуку
- Может продать их за $s = 75$ центов за штуку до вечера
- На следующее утро нераспроданные газеты можно вернуть издателю по $h = 5$ центов за штуку

Сколько газет купить, чтобы, с одной стороны, не упустить выгоду, а с другой, не остаться в накладе из-за нераспроданных газет?

Поиск оптимальной стратегии

- Наименьшими потерями обладает вариант закупки числа газет, соответствующего матожиданию спроса
- Закупка меньше, чем мат. ожидание газет, приведёт к неудовлетворённому спросу, но уменьшит потери из-за нераспроданных газет
- Покупка больше, чем мат. ожидание газет, имеет большие риски, чем два вышеприведённых варианта, но и сулит большой выигрыш в случае успешной реализации

Вероятностная структура спроса и объём пополнения

Ключём к решению является оценка вероятности полного удовлетворения спроса $D \sim N(\mu, \sigma)$ за счёт запасов Q .

$$P\{D \leq Q\} \equiv P\{z \leq Z\} \quad (4)$$

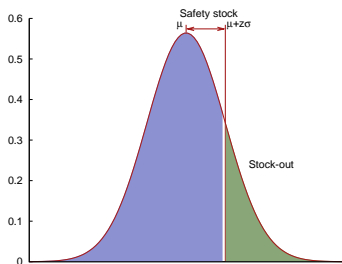
$$P\{z \leq Z\} = F(z) = \alpha \quad (5)$$

$$z = F^{-1}(\alpha) \quad (6)$$

$$P\left\{\frac{Q - \mu}{\sigma} \leq Z\right\} = F\left(\frac{Q - \mu}{\sigma}\right) \quad (7)$$

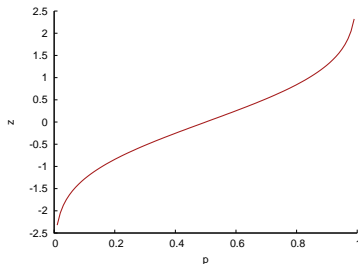
$$Q = \mu + z \cdot \sigma \quad (8)$$

где $F(z)$ — функция распр. норм. ст. величины, F^{-1} — обратн. знач. норм. станд. распр., α — вероятность удовл. спроса



Циклические и страховые запасы

В формуле $Q = \mu + z \cdot \sigma$ можно выделить две составляющие: циклические и страховые запасы. Коэффициент z связан с вероятностью α события полного удовлетворения спроса в период пополнения запасов. Значение z меняется нелинейно и резко возрастает при росте вероятности от 90% до 99%. В Excel z можно рассчитать с помощью функции $Z=NORMSINV(\alpha)$.



Примеры

Пусть спрос нормально распределён и $\mu = 300$, а $\sigma = 30$.

Пример расчёта 1

Какова вероятность того, что спрос будет меньше 320?

- 1 Рассчитаем $z = \frac{320-300}{30} = 0.666(6)$
- 2 Используя таблицу или формулу в Excel =NORMSDIST(0.6667) получаем, что $P\{z \leq Z\} = 0.7475$

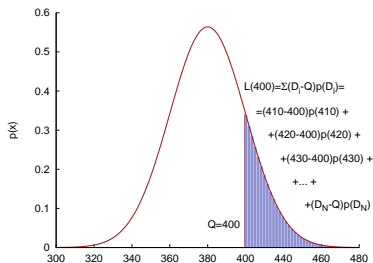
Пример расчёта 2

Сколько нужно заказать газет, чтобы с вероятностью 98% не было дефицита?

- 1 По условию $P\{z \leq Z\} = 98\%$. Найдём z , используя таблицу или формулу в Excel =NORMSINV(0.98): $z = 2.0537$
- 2 Рассчитаем объём закупок: $Q = 300 + 2.0537 \cdot 30 \approx 362$

Расчёт функции упущенного спроса для дискретного распределения

Из вышеприведённой формулы следует, что при любом заданном уровне запасов $Q < D$ имеется некоторый упущенный спрос $L(Q)$. На графике приведена схема расчёта для дискретного случая:



Расчёт функции упущенного спроса для непрерывного распределения

По аналогии с дискретным случаем, для непрерывного случая функция потерь $L(Q)$ будет иметь вид:

$$L(Q) = \int_Q^{\infty} (x - Q)f(x, \mu, \sigma)dx \quad (9)$$

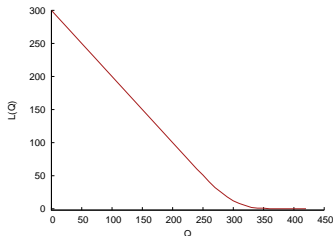
$$L(Q) = L(z) \cdot \sigma \quad (10)$$

где $L(z)$ — стандартная функция потерь для спроса $D \sim N(0, 1)$. Она табулирована и приводится в статистических справочниках.

В Excel стандартную функцию потерь можно рассчитать по формуле:
 $L(z) = \text{NORMDIST}(z; 0; 1; 0) - z * (1 - \text{NORMSDIST}(z))$

Вид функции потерь упущенного спроса

Ниже приведён пример функции $L(Q)$ для $\mu = 300$ и $\sigma = 30$:

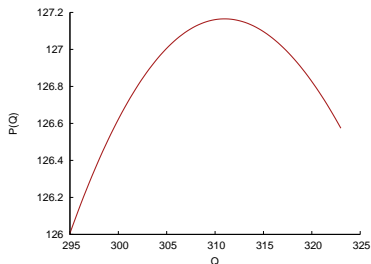


Ремарка

Функция потерь линейно зависит от точности информации о спросе, которая определяется ошибкой прогнозирования. Стоимость ошибки прогноза можно оценить как стоимость страховых запасов и упущенного спроса

Функция прибыли в задаче продавца газет

Не приводя математических выкладок, можно показать, что функция прибыли $P(Q)$, линейно зависит от суммы двух схожих функций потерь: упущенных продаж $L(Q)$ ($D > Q$) и хранения излишков ($D < Q$). Функции имеют сходный вид и отличаются только коэффициентами и пределами интегрирования. Вид функции прибыли с учётом продаж и двух видов потерь представлен на графике:



Критическое соотношение

Нахождение максимума функции прибыли позволяет определить политику оптимального пополнения запасов. Она соблюдается при следовании критическому соотношению:

$$P\{D \leq Q\} = \frac{p - c}{p + h} \quad (11)$$

В данном примере p — удельные потери от неудовлетворённого спроса, а c — закупочная стоимость, h — удельные затраты на хранение в течение рассматриваемого периода.

Примеры

Пример

Каждое утро продавец покупает газеты по $c = 30$ центов за штуку и может продать их за $g = 75$ центов за штуку до вечера. На следующее утро нераспроданные газеты можно вернуть издателю по $s = 5$ центу за штуку. Спрос нормально распределён $N(300, 30)$.

1 В этом случае, $p = g - c = 45$

2 Затраты на хранение можно оценить как $h = c - s = 25$

3 $P\{D \leq Q\} = \frac{45-30}{45+25} = 0.214$

4 $z = \frac{D-300}{30}$

5 $P\{z \leq -0.79\} \approx 0.214,$

6 тогда $\frac{Q-300}{30} = -0.79$, откуда $Q \approx 276$ — оптимальный объём пополнения

Определение уровня сервиса

Уровень сервиса

Два типа уровня сервиса:

Тип I или Service Level — вероятность **события** удовлетворения спроса

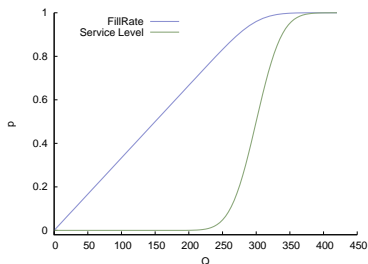
Тип II или Fill Rate, насыщение спроса — **отношение** ожидаемых продаж к уровню спроса

- Определим ожидаемые продажи $S(Q) = \mu - L(Q)$
- Далее, оценим уровень насыщения спроса:

$$\text{FillRate}(Q) = S(Q)/\mu = (\mu - L(Q))/\mu = 1 - L(Q)/\mu \quad (12)$$

Соотношение уровней сервиса

На нижепредставленном графике показано, как соотносятся между собой уровни сервиса первого и второго рода:



На практике подмена уровня сервиса первого рода показателем насыщения спроса приводит к увеличению страховых запасов.

Формулы расчёта страховых запасов

Расчёт страховых запасов

Основная формула для расчёта: $Q = \mu + z \cdot \sigma$ (для одного периода),
страховые запасы – $z \cdot \sigma$ Для учёта плеча поставок τ и периодичности
планирования R используется формула:

$$SS = z \cdot \sigma \cdot \sqrt{\tau + R} \quad (13)$$

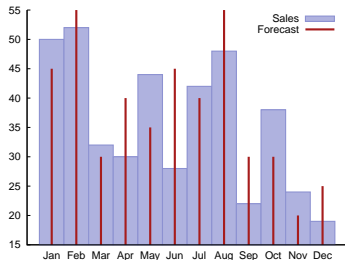
Аналогично, для функции потерь:

$$L(Q) = L(z) \cdot \sigma \cdot \sqrt{\tau + R} \quad (14)$$

В этой формуле: σ — параметр точности прогноза (ошибка прогноза:
MAE, RMSE, SDFE) При нормально распределённом плече поставок
 $\tau \sim N(\mu_\tau, \sigma_\tau)$:

$$SS = z \cdot \sqrt{(\mu_\tau + R) \cdot \sigma^2 + \mu^2 \cdot \sigma_\tau^2} \quad (15)$$

Исходные данные для расчёта страховых запасов



| Показатель | Формула | Янв | Фев | Март | Апр | Май | Июнь | Июль | Авг | Сен | Окт | Ноя | Дек |
|------------|-------------|-----|-----|------|-----|-----|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Спрос | A | 50 | 52 | 32 | 30 | 44 | 28 | 42 | 48 | 22 | 38 | 24 | 19 |
| Прогноз | F | 45 | 55 | 30 | 40 | 35 | 45 | 40 | 55 | 30 | 30 | 20 | 25 |
| Абс. откл. | $A - F$ | 5 | -3 | 2 | -10 | 9 | -17 | 2 | -7 | -8 | 8 | 4 | -6 |
| Кв. откл. | $(A - F)^2$ | 25 | 9 | 4 | 100 | 81 | 289 | 4 | 49 | 64 | 64 | 16 | 36 |

Схема расчёта страховых запасов

| | | |
|-----------------|--------------------------|--------------|
| Исходные данные | Период планирования | 1 мес |
| | Плечо поставки | 1 мес |
| | Целевое насыщение спроса | 95% |
| | Средний спрос | 35,75 шт/мес |
| | Ср.-кв. откл. RMSE | 7,86 |
| | Ср.-кв. откл. SDFE | 8,21 |
| | Среднее откл. MAE | 6,75 |

Расчёт страховых запасов


- Уровень сервиса первого рода: $L(z) = (1 - FillRate) \cdot \mu / \sigma = (1 - 0,95) \cdot 37,5 / 8 = 0,2343 \implies z = 0,39$, что соответствует уровню сервиса $SL \approx 65\%$
- $SS_{SDFE} = z \cdot SDFE \sqrt{\tau + R} = 0,39 \cdot 8 \cdot \sqrt{2} \approx 5$ (окр. вверх)
- $SS_{RMSE} = z \cdot RMSE \sqrt{\tau + R} = 0,39 \cdot 7,66 \cdot \sqrt{2} \approx 5$
- $SS_{MAE} = z \cdot (MAE \cdot 1,25) \sqrt{\tau + R} = 0,39 \cdot (6,75 \cdot 1,25) \cdot \sqrt{2} \approx 5$

Нерациональное поведение: оценка риска

Исследования, проведённые Швейцером и Кошоном (2002) для условий, аналогичных задаче продавца газет, выявили следующие эффекты:

- Продавцы пополняют недостаточно запасов в условиях высоких маржинальных прибылей
- Продавцы закупают слишком много низкоприбыльной продукции
- Это поведение не связано ни с одной из известных стратегий управления рисками (консервативной стратегии, повышенного риска и т.д.)
- В результате: «игроки фиксируются на среднем спросе как базовой идее на ранних стадиях игры, и не подстраивают свою стратегию к оптимуму в последующие периоды: они просто не умеют извлекать опыт из своих ошибок»

Нерациональное поведение: вариации спроса

- Ли в 1997 году высказал идею о том, что в цепочках поставок возникают внезапные всплески изменчивости спроса, усиливающиеся от потребителей к производителям, поставщикам и сопровождающиеся временным лагом
- Эти всплески связаны с нерациональным поведением участников, с намеренными попытками повлиять на спрос, с отсутствием информации непосредственно от конечного потребителя
- По аналогии с распространением стоячей волны, эффект назван «Эффектом хлыста»

- За прошедшие годы было выявлено, что эффект проявляется гораздо реже, чем предполагали авторы
- Снайдер в 2007 показал, что существует и обратный эффект хлыста, когда данные о запасах влияют на спрос (нефть)

Централизация и децентрализация запасов

Что эффективнее при прочих равных условиях: централизация или децентрализация запасов?

Централизация: Эппен, 1979

- В условиях стабильных поставок и нестабильного спроса
- Затраты централизованного хранения $\sim \sqrt{N}$,
децентрализованного хранения $\sim N$
- Эффект централизации: $\sim (N - \sqrt{N})$

Децентрализация: Шмит, Снайдер, Шенн, 2007

- В условиях нестабильных поставок и стабильного спроса
- Затраты централизованного хранения приблизительно равны затратам децентрализованного
- Тем не менее, децентрализованная система надёжнее

Эффект буферизации рисков

Основные выводы:

- В централизованной системе действует эффект буферизации рисков (Risk Pooling)
- Децентрализованная система надёжнее
- Для системы поставщик–производитель с точки зрения надёжности оптимальны 2-3 поставщика по каждому SKU (при наличии резервных мощностей у поставщиков)
- Существуют различные стратегии буферизации рисков:
 - Виртуальная централизация — использование информационных систем
 - Унификация компонентов — один компонент подходит ко всем продуктам
 - Замещение продукции — если нет йогурта с персиковым вкусом, отправляют абрикосовый
 - Отложенное производство — покраска/конфигурация/упаковка под заказ в самый последний момент

Искусство моделирования

- Существует ряд эффективных моделей управления запасами, позволяющих найти баланс между уровнем сервиса и затратами
- Моделирование предполагает:
 - Сбор данных
 - Выверку, очистку, гармонизацию и определение недостающих данных
 - Определение модели: целевой функции, идеализаций и допущений
 - Расчёт базового текущего сценария
 - Калибровку модели по базовому сценарию
 - Определение целевых сценариев
 - Запуск модели по целевым сценариям
- Моделирование — это рубеж науки на кончике пера и практики управления цепочками поставок
- Значит: обязателен пилотный проект, анализ результатов, доработка модели, корректировка первоначальных положений

Вопросы?

Вопросы?

ilya.malyarenko@gmail.com

пéкарня